

SET – 4

Series : SGN/C

कोड नं.

Code No. **65(B)**

रोल नं.

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--

परीक्षार्थी कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें ।

Candidates must write the Code on the title page of the answer-book.

- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **15** हैं ।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें ।
- कृपया जांच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **29** प्रश्न हैं ।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।
- इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है । प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा । 10.15 बजे से 10.30 बजे तक छात्र केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे ।
- Please check that this question paper contains **15** printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains **29** questions.
- **Please write down the Serial Number of the question before attempting it.**
- 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the students will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period.

गणित

(केवल नेत्रहीन परीक्षार्थियों के लिए)

MATHEMATICS

(FOR BLIND CANDIDATES ONLY)

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Time allowed : 3 hours

अधिकतम अंक : 100

Maximum Marks : 100

65(B)

1

C/1

सामान्य निर्देश :

- (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- (ii) इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं।
- (iii) खण्ड-अ में प्रश्न सं. 1-4 अति लघु-उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक 1 अंक का है।
- (iv) खण्ड-ब में प्रश्न सं. 5-12 तक लघु-उत्तर वाले प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 2 अंक निर्धारित हैं।
- (v) खण्ड-स में प्रश्न सं. 13-23 तक दीर्घ-उत्तर I प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 4 अंक निर्धारित हैं।
- (vi) खण्ड-द में प्रश्न सं. 24-29 तक दीर्घ-उत्तर II प्रकार के प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न के लिए 6 अंक निर्धारित हैं।

General Instructions :

- (i) All questions are compulsory.
- (ii) This question paper contains 29 questions.
- (iii) Questions No. 1-4 in Section A are very short-answer type questions carrying 1 mark each.
- (iv) Questions No. 5-12 in Section B are short-answer type questions carrying 2 marks each.
- (v) Questions No. 13-23 in Section C are long-answer – I type questions carrying 4 marks each.
- (vi) Questions No. 24-29 in Section D are long-answer – II type questions carrying 6 marks each.

खण्ड – अ

SECTION – A

प्रश्न संख्या 1 से 4 तक प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

Question numbers 1 to 4 carry 1 mark each.

1. यदि $A = 3B$ है जबकि A तथा B कोटि 3 के वर्ग आव्यूह हैं, तथा $|B| = 2$ है, तो $|A|$ ज्ञात कीजिए ।

If $A = 3B$, where A and B are square matrices of order 3 and $|B| = 2$, then find $|A|$.

2. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

Find : $\int \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$.

3. $\tan x$ का $\sec x$ के सापेक्ष अवकलज लिखिए ।

Write the derivative of $\tan x$ with respect to $\sec x$.

4. यदि \hat{a} तथा \hat{b} दो मात्रक सदिश हैं तथा $|\hat{a} - \hat{b}| = 1$ है, तो \hat{a} तथा \hat{b} के बीच का न्यूनकोण ज्ञात कीजिए ।

If \hat{a} and \hat{b} are two unit vectors and $|\hat{a} - \hat{b}| = 1$, then find the acute angle between \hat{a} and \hat{b} .

खण्ड – ब

SECTION – B

प्रश्न संख्या 5 से 12 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

Question numbers 5 to 12 carry 2 marks each.

5. सिद्ध कीजिए : $\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x, x \in \mathbb{R}$.

Prove that : $\cot^{-1}(-x) = \pi - \cot^{-1} x, x \in \mathbb{R}$.

6. यदि $\sin\left(\sin^{-1}\frac{2}{7} + \cos^{-1} 2x\right) = 1$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

If $\sin\left(\sin^{-1}\frac{2}{7} + \cos^{-1} 2x\right) = 1$, then find the value of x .

7. आव्यूह X ज्ञात कीजिए यदि $Y = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ तथा $2X + 3Y = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}$ है।

Find the matrix X if $Y = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ and $2X + 3Y = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}$

8. फलन $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ के लिए अंतराल $[1, 3]$ में माध्यमान प्रमेय सत्यापित कीजिए।

Verify Mean value theorem, for the function $f(x) = x^3 - 5x^2 - 3x$ in the interval $[1, 3]$.

9. एक कण, वक्र $6y = x^3 + 2$ के अनुगत गति कर रहा है। वक्र पर उन बिंदुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ x -निर्देशांक की तुलना में y – निर्देशांक 2 गुना तीव्रता से बदल रहा है।

A particle moves along the curve $6y = x^3 + 2$. Find the points on the curve at which the y – co-ordinate is changing 2 times as fast as the x – co-ordinate.

10. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{\sin (x - a)}{\sin (x + a)} dx$.

Find : $\int \frac{\sin (x - a)}{\sin (x + a)} dx$

11. एक समांतर चतुर्भुज की संलग्न भुजाएँ सदिशों $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं। इसके विकर्णों को निर्धारित करने वाले सदिश ज्ञात कीजिए। अतः समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

The adjacent sides of a parallelogram are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$. Find the vectors determining its diagonals and hence find the area of the parallelogram.

12. एक पासे को तीन बार उछाला गया। कम से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

A die is tossed thrice. Find the probability of getting an odd number at least once.

खण्ड – स

SECTION – C

प्रश्न संख्या 13 से 23 तक प्रत्येक प्रश्न के 4 अंक हैं ।

Question numbers 13 to 23 carry 4 marks each.

13. सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए :

$$\begin{vmatrix} xy & xz & x^2 + 1 \\ y^2 + 1 & yz & xy \\ yz & z^2 + 1 & xz \end{vmatrix} = 1 + x^2 + y^2 + z^2$$

अथवा

यदि $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^2 - 7A + 10 I_3 = O$ अतः A^{-1} ज्ञात कीजिए ।

Using properties of determinants, prove that :

$$\begin{vmatrix} xy & xz & x^2 + 1 \\ y^2 + 1 & yz & xy \\ yz & z^2 + 1 & xz \end{vmatrix} = 1 + x^2 + y^2 + z^2$$

OR

If $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, show that $A^2 - 7A + 10 I_3 = O$, hence find A^{-1} .

14. यदि फलन $f(x) = \begin{cases} \frac{(3^{\sin x} - 1)^2}{x \log(1 + 5x)}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

$x = 0$ पर संतत है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $(1-x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0$.

If the function $f(x) = \begin{cases} \frac{(3^{\sin x} - 1)^2}{x \log(1 + 5x)}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$

is continuous at $x = 0$, find k .

OR

If $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$, prove that $(1-x^2) \frac{dy}{dx} + y = 0$

15. यदि $(\sin x)^y = x + y$ है, तो दर्शाइए कि

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - (x + y) y \cot x}{(x + y) \log \sin x - 1}$$

If $(\sin x)^y = x + y$, then show that

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 - (x + y) y \cot x}{(x + y) \log \sin x - 1}$$

16. ज्ञात कीजिए : $\int \frac{x^2 + x}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$

अथवा

ज्ञात कीजिए : $\int e^{2x} \cdot \cos(3x + 1) dx$

Find : $\int \frac{x^2 + x}{x^3 - x^2 + x - 1} dx$

OR

Find : $\int e^{2x} \cdot \cos(3x + 1) dx$

17. मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx$

Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x} dx$

18. निम्न अवकल समीकरण का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए

$\frac{dy}{dx} - 3 \cot x \cdot y = \sin 2x$; दिया है कि $y = 2$ है जब $x = \frac{\pi}{2}$ है।

Find the particular solution of the differential equation

$\frac{dy}{dx} - 3 \cot x \cdot y = \sin 2x$; given that $y = 2$ when $x = \frac{\pi}{2}$

19. ऐसे दीर्घवृत्तों के कुल को निरूपित करने वाला अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी नाभियाँ x – अक्ष पर हैं तथा जिनका केन्द्र मूल बिंदु है ।

Form the differential equation representing the family of ellipses having foci on x – axis and centre at origin.

20. यदि चार बिंदु $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ और $D(6, 5, -1)$ सहतलीय हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

If the four points $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ and $D(6, 5, -1)$ are coplanar, then find the value of x .

21. रेखाएँ, जिनके सदिश समीकरण निम्नलिखित हैं, के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए । :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ और}$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}).$$

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are given below :

$$\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda (\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}) \text{ and}$$

$$\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}).$$

22. तीन थैलों में से एक थैले A में 4 लाल तथा 4 काली गेंदें हैं, थैले B में 3 लाल तथा 5 काली गेंदें तथा थैले C में 5 लाल तथा 3 काली गेंदें हैं। तीनों थैलों में से एक को यादृच्छया चुना गया तथा उसमें से यादृच्छया एक गेंद निकाली गई, जो कि लाल पाई गई। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह गेंद थैले B में से निकाली गई है।

From three bags, bag A contains 4 red and 4 black balls, bag B contains 3 red and 5 black balls and bag C contains 5 red and 3 black balls. A bag out of the three is selected at random and a ball is drawn from it randomly. If the drawn ball is found to be red, find the probability that it was drawn from bag B.

23. ताश के 52 पत्तों की एक अच्छी प्रकार से फेंटी गई गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर बिना प्रतिस्थापना के निकाले जाते हैं। बादशाहों की संख्या का प्रायिकता बंटन लिखिए।
अतः इस बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए।

From a well shuffled pack of 52 playing cards, two cards are drawn at random without replacement. Write the probability distribution of number of kings. Hence find the mean of the distribution.

खण्ड – द

SECTION – D

प्रश्न संख्या 24 से 29 तक प्रत्येक प्रश्न के 6 अंक हैं ।

Question numbers 24 to 29 carry 6 marks each.

24. दर्शाइए कि $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x+2}$, द्वारा प्रदत्त फलन एकैकी है । फलन

$f : [-1, 1] \rightarrow (f \text{ का परिसर})$, का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिए । अतः $f^{-1}\left(\frac{-1}{3}\right)$

तथा $f^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$ ज्ञात कीजिए ।

अथवा

ज्ञात कीजिए कि द्विआधारी संक्रिया

$$a * b = \frac{(a+b)}{2}, \forall a, b \in \mathbb{R}$$

(i) क्रम विनिमय है या नहीं ।

(ii) साहचर्य है या नहीं ।

अतः ज्ञात कीजिए कि संक्रिया * का तत्समक है या नहीं

Show that $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ given by $f(x) = \frac{x}{x+2}$ is one – one. Find

the inverse of the function $f : [-1, 1] \rightarrow (\text{Range of } f)$ and hence

find $f^{-1}\left(\frac{-1}{3}\right)$ and $f^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$.

OR

Find whether the binary operation :

$$a * b = \frac{(a+b)}{2}, \forall a, b \in \mathbb{R} \text{ is}$$

(i) Commutative

(ii) Associative

Hence, find if the operation * has identity or not.

25. आव्यूह विधि के प्रयोग से निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए :

$$x - y + 2z = 7 ; 3x + 4y - 5z = -5 ; 2x - y + 3z = 12.$$

Solve the following system of equations using matrix method :

$$x - y + 2z = 7 ; 3x + 4y - 5z = -5 ; 2x - y + 3z = 12.$$

26. वक्र $y^2 = 4x$ के किसी बिंदु पर उस अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु $(0, 3)$ से होकर जाता है ।

अथवा

एक 28 सेमी लंबे तार को दो टुकड़ों में विभक्त किया जाता है । एक टुकड़े से वर्ग तथा दूसरे से वृत्त बनाया जाता है । दोनों टुकड़ों की लंबाइयाँ कितनी होनी चाहिए जिससे वर्ग एवं वृत्त का सम्मिलित क्षेत्रफल न्यूनतम हो ?

Find the equation of the normal to the curve $y^2 = 4x$, which passes through the point $(0, 3)$.

OR

A wire of length 28 cm is cut into two pieces. One made into a square and the other into a circle. Find the lengths of the two pieces so that the combined area of square and the circle is minimum.

27. समाकलन के प्रयोग से प्रथम चतुर्थांश में वक्र $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ एवं x - अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

अथवा

योगों की सीमा के रूप में निम्नलिखित निश्चित समाकलन का मान ज्ञात कीजिए ।

$$\int_2^5 (2x^2 + 3x + 1) dx.$$

Using integration, find the area of the region bounded by $y^2 = 9x$, $x = 2$, $x = 4$ and the x - axis in the first quadrant.

OR

By the method of limit of sum, find the value of the following definite integral.

$$\int_2^5 (2x^2 + 3x + 1) dx.$$

28. बिंदु $(-1, -5, -10)$ से रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda (3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ और समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$ के प्रतिच्छेदन बिंदु के मध्य की दूरी ज्ञात कीजिए ।

Find the distance of the point $(-1, -5, -10)$ from the point of intersection of the line $\vec{r} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} + \lambda (3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k})$ and the plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) = 5$

29. एक आहारविद् दो प्रकार के भोज्यों X और Y को इस प्रकार मिलाना चाहता है कि मिश्रण में विटामिन A की कम से कम 10 मात्रक, विटामिन B की कम से कम 12 मात्रक और विटामिन C की कम से कम 8 मात्रक हों । 1 कि.ग्रा. भोज्यों में विटामिनों की मात्रा नीचे दी गई है :

भोज्य	विटामिन A	विटामिन B	विटामिन C
X	1	2	3
Y	2	2	1

भोज्य X के 1 किग्रा का मूल्य ₹ 16 और भोज्य Y के 1 किग्रा का मूल्य ₹ 20 है, तो

- (i) वांछित आहार के लिए मिश्रण का न्यूनतम मूल्य ज्ञात करने के लिए रैखिक प्रोग्रामन समस्या सूत्र (L.P.P.) में लिखें ।
- (ii) एक व्यक्ति के जीवन में संतुलित भोजन का क्या महत्त्व है ?

A dietician wishes to mix two kinds of food X and Y in such a way that the mixture contains at least 10 units of Vitamin A, 12 units of vitamin B and 8 units of vitamin C. The vitamin contents of one kg food is given below :

Food	Vitamin A	Vitamin B	Vitamin C
X	1	2	3
Y	2	2	1

One kg of food X costs ₹ 16 and one kg of food Y costs ₹ 20. Then

- (i) for finding the least cost of the mixture which will produce the required diet, write an L.P.P.
- (ii) What is the importance of balanced diet in a person's life ?
